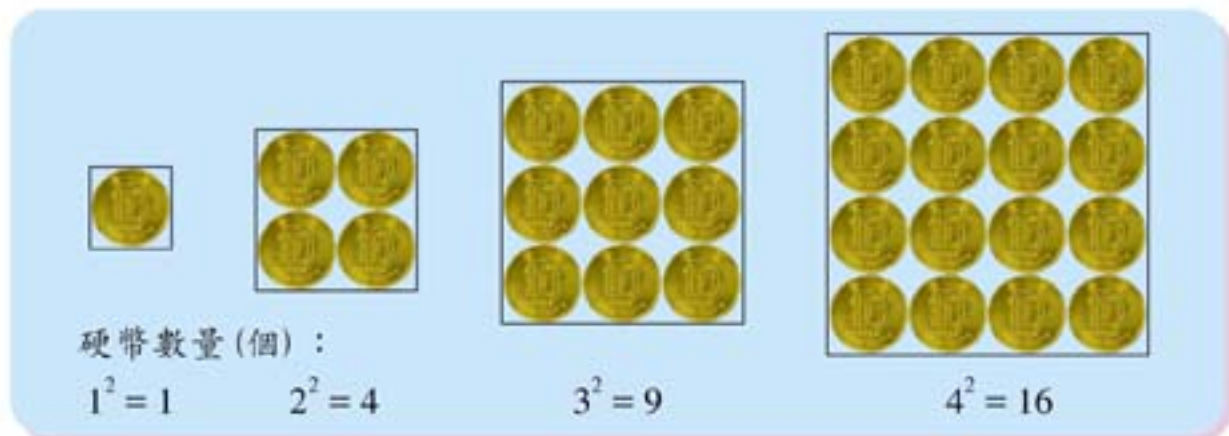




# 20 數型(一) (增潤項目)

## 一 正方形數

- 1 子豪用一些一角硬幣排成不同大小的正方形。

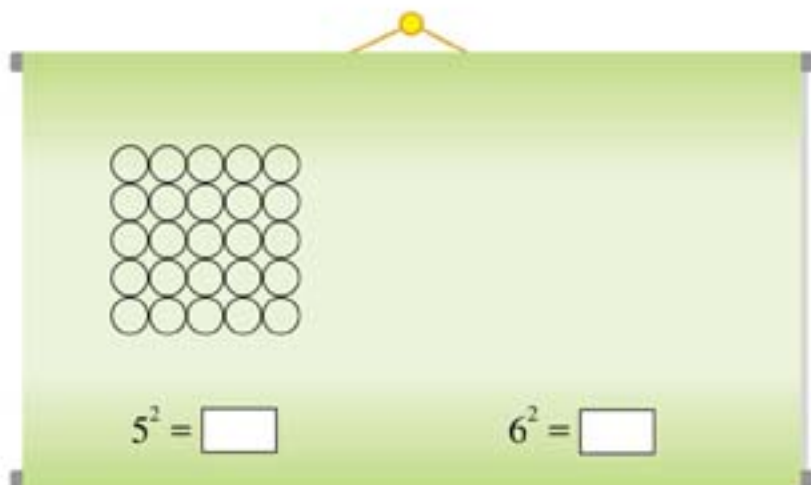


1、4、9 和 16 都是整數的平方，這些數量的硬幣都可以排成正方形。

我們稱整數的平方為 **正方形數** (或 **平方數**)。



- a 在下面畫圓圈排成正方形，表示第五個和第六個正方形數。



- b 依次序填寫最初十二個正方形數：

1, 4, 9, 16, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_

2 看看下面的規律：

■  $1 = 1 = 1^2$

■ ■  $1 + 3 = 4 = 2^2$

■ ■ ■  $1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$

■ ■ ■ ■  $1 + 3 + 5 + 7 = \square = \square^2$

$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = \square = \square^2$

$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = \square = \square^2$

a  $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 = \square^2 = \square$

b  $1 + 3 + 5 + \dots + \square = 11^2 = \square$

c  $1 + 3 + 5 + \dots + \square = \square^2 = 400$

原來由 1 開始，連續奇數的和都是正方形數。2 個連續奇數的和，就是 2 的平方；3 個連續奇數的和，就是 3 的平方……



奇數 即是單數：  
偶數 即是雙數。



3 再看看下面的規律：

■  $1 = 1 = 1^2$

■ ■  $1 + 2 + 1 = 4 = 2^2$

■ ■ ■  $1 + 2 + 3 + 2 + 1 = 9 = 3^2$

■ ■ ■ ■  $1 + 2 + 3 + 4 + 3 + 2 + 1 = \square = 4^2$

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = \square = 5^2$

a  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = \square^2 = \square$

依這規律的和，也是 \_\_\_\_\_ 數。



想一想，各加式中最大的數是甚麼？  
把它填在空格內吧！


b  $1 + 2 + 3 + \dots + \square + \dots + 3 + 2 + 1 = \square^2 = 36$

c  $1 + 2 + 3 + \dots + \square + \dots + 3 + 2 + 1 = \square^2 = 121$



## 二 三角形數

- 1 佩芝也用一些一角硬幣排成不同大小的三角形。



硬幣數量(個)：

$1 = 1$        $1 + 2 = 3$        $1 + 2 + 3 = 6$        $1 + 2 + 3 + 4 = 10$



1、3、6 和 10 個硬幣都可以排成三角形。


我們稱這些可以排成三角形的數為 **三角形數**。



依次序填寫最初十個三角形數：

1, 3, 6, 10, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_

- 2 佩芝把兩組相同的三角形用不同顏色的圓拼成長方形，你有甚麼發現？



圓的數目：

$1 \times 2 = 2$        $2 \times 3 = 6$        $3 \times 4 = 12$        $4 \times 5 = 20$

● 的數目 (即三角形數)：

$\frac{1 \times 2}{2} = 1$        $\frac{2 \times 3}{2} = 3$        $\frac{3 \times 4}{2} = 6$        $\frac{4 \times 5}{2} = 10$

怎樣計算三角形數較方便？

a  $1 + 2 + 3 + \dots + 6 = \frac{\square \times \square}{2} = \square$

b  $1 + 2 + 3 + \dots + 11 = \underline{\hspace{2cm}} = \square$

想一想，應是哪兩個連續整數的積？



### 更多的數型

1



怎樣計算這個連續  
偶數的和？

可以這樣計算。



$$2 + 4 + 6 + 8 + 10 = ?$$

1 至 10 的整數的和是： $1 + 2 + 3 + \dots + 10 = \frac{10 \times 11}{2} = 55$

1 至 9 的奇數的和是： $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = \square^2 = \square$

$$\therefore 2 + 4 + 6 + 8 + 10 = 55 - \square = \square$$

你也算算看。

a  $2 + 4 + 6 + \dots + 20 = \square - \square$   
 $= \square$

$1 + 2 + 3 + \dots + 20 = \square$   
 $1 + 3 + 5 + \dots + 19 = \square$

\* b  $2 + 4 + 6 + \dots + 40 = \square$

2  $6 + 7 + 8 + 9 + 10 = ?$



$1 + 2 + 3 + \dots + 10 = 55$   
 $1 + 2 + 3 + \dots + 5 = 15$

所以，

$6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55 - 15$   
 $= 40$



a  $9 + 10 + 11 + \dots + 20 = ?$

$1 + 2 + 3 + \dots + 20 = \square$        $1 + 2 + 3 + \dots + 8 = \square$

$\therefore 9 + 10 + 11 + \dots + 20 = \square - \square = \square$

b  $7 + 9 + 11 + 13 = \square - \square = \square$

$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 13 = \square$   
 $1 + 3 + 5 = \square$



### 考考你

100 可以寫成四個正方形數的和，例如： $100 = 81 + 9 + 9 + 1$   
 還有其他寫法嗎？



# 練習二

填一填、圈一圈。

- ① 在下列各數中，把是正方形數的填色，是三角形數的加「○」。

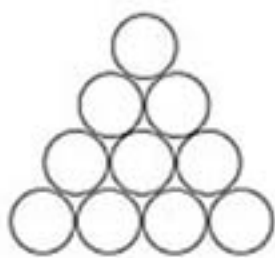
1	2	3	4	6	8	9	10	12	15	16	20
21	24	25	28	30	36	45	49	55	60	64	66

- ② 上表中，哪些數既是正方形數，又是三角形數？

\_\_\_\_\_

畫畫看。

- ③ 在下面畫圓圈，表示第五個及第六個三角形數。



第四個：

10



第五個：



第六個：



算算看。

④ (a)  $1 + 2 + 3 + \dots + 12 = \square$

⑤ (a)  $1 + 2 + 3 + \dots + 20 = \square$

(b)  $1 + 3 + 5 + \dots + 11 = \square$

(b)  $1 + 2 + 3 + \dots + 10 = \square$

(c)  $2 + 4 + 6 + \dots + 12 = \square$

(c)  $11 + 12 + 13 + \dots + 20 = \square$

小心找出規律，算出答案！

